UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CAMPUS PATO BRANCO
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ANAIS DA XIV SEMANA ACADÊMICA DE MATEMÁTICA DA UTFPR – CÂMPUS PATO BRANCO

2008

PATO BRANCO – PR
2008

Apresentação

A XIV Semana Acadêmica de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – campus Pato Branco (UTFPR-PB), realizada em 2008, consolida-se como um importante espaço de divulgação científica e de integração entre os acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática, docentes da instituição e pesquisadores convidados de outras universidades.

O evento, que integra as atividades acadêmicas do curso, teve como objetivo principal fomentar a discussão e a troca de experiências nas áreas de Matemática, Matemática Aplicada e Educação Matemática, promovendo o desenvolvimento científico e a formação continuada dos futuros professores e pesquisadores.

Durante o evento, foram realizadas palestras, mesas redondas e minicursos, abordando temáticas diversificadas que transitam desde a Matemática pura e aplicada até questões epistemológicas e metodológicas do ensino da Matemática. Além disso, foram apresentados trabalhos acadêmicos produzidos por estudantes e professores, demonstrando a vitalidade e a qualidade das pesquisas desenvolvidas no âmbito da graduação.

A relevância deste evento reside na sua capacidade de proporcionar um ambiente propício à integração e ao intercâmbio de saberes entre estudantes, servidores, docentes, pesquisadores de outras instituições e membros da comunidade externa. Tal interação é crucial para o fortalecimento da rede de pesquisa e para a difusão do conhecimento.

Como resultado desta iniciativa, os Anais da XIV Semana Acadêmica de Matemática da UTFPR-PB são publicados neste documento, na modalidade de resumo expandido ou resumo, compilando os trabalhos apresentados e perpetuando o conhecimento compartilhado durante este importante evento acadêmico.

Conteúdo

1 Minicursos

1.1 As Geometrias Não-Euclidianas

Talita Secorun dos Santos[1]

Até meados do século XIX a Geometria Euclidiana foi considerada como a única geometria possível, e perfeita para descrever o espaço em que vivemos. A obra *Os Elementos*, escrito pelo matemático grego Euclides, sistematizou todo o saber geométrico da época (300 a.C.) e tornou-se referência de uma geometria que até então parecia não passível de questionamentos. Mas foi o quinto postulado, que não tinha uma formulação tão simples quanto os primeiros, que despertou o interesse de muitos matemáticos por mais de dois mil anos. Até meados do século XIX não houve nenhum matemático que questionasse sua veracidade. Na verdade, eles acreditavam que não se tratava de um postulado, mas sim de um teorema. Portanto seria possível demonstrá-lo usando os primeiros quatro postulados e um conjunto de definições. Porém todas as tentativas de se demonstrar o quinto postulado acabaram fracassando, mas foi esse processo que levou a "descoberta" da geometria não-euclidiana. A negação do quinto postulado de Euclides levou a criação de novas geometrias, tão consistentes como a de Euclides. Existem duas maneiras de negar o quinto postulado. A primeira maneira dá origem à Geometria Hiperbólica, neste caso supomos que por qualquer ponto fora de uma reta, é possível traçar pelo menos duas retas paralelas a esta reta. A segunda culmina na Geometria Esférica, neste caso negamos a existência de retas paralelas. A descoberta das Geometrias Não-euclidianas provocaram uma mudança na maneira de pensar o espaço e a verdade matemática. Esse minicurso tem como objetivo principal tratarmos do ensino de algumas Geometrias Não-euclidianas na Educação Básica.

1.2 Códigos Corretores de Erros

Vanderley Alves Ferreira Júnior (UTFPR)

Neste minicurso faremos uma introdução a teoria dos códigos corretores de erros. Os códigos lineares serão o foco central deste minicurso, destacaremos suas propriedades e as limitações dos parâmetros destes códigos. Dentre estes códigos destacamos os bons códigos: Códigos de Reed-Solomon e Códigos de Hamming.

1.3 Catapultas: Um Resgate Histórico

Ministrantes não identificados no arquivo original

No primeiro encontro serão apresentados uma visão histórica e alguns conceitos de mecânica, comentários sobre o programa Provocação e Reação, a idéia do campeonato de catapultas, assim como uma introdução histórica desses artefatos medievais. No segundo encontro, duas das equipes participantes apresentarão seus instrumentos, como os construíram e testaram, de modo a familiarizar os participantes com as técnicas de lançamento. A audiência será dividida em grupos para um workshop rápido sobre como lidar com a balista e com o canhão apresentados. No último encontro os grupos da noite anterior

[1] Professora do Departamento de Matemática da Faculdade Estadual de Ciências e Letras de Campo Mourão e aluno de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Educação para Ciências e o Ensino de Matemática da Universidade Estadual de Maringá.

participarão de uma mini-competição de lançamentos utilizando os artefatos trabalhados no dia anterior.

1.4 Métodos Práticos de Otimização

Rodrigo G. Eustáquio, Elizabeth W. Karas, Ademir A. Ribeiro

O presente curso dar-se-á sobre dois pontos. No primeiro, vamos expor alguns problemas práticos de otimização ressaltando a importância desta área. Dentre estes problemas, destacamos, modelagem de problemas de mercado financeiro. No segundo, vamos expor alguns métodos de otimização, em especial, o Método do Lagrangiano Aumentado. A saber, neste método, consideramos um problema

$$\text{Minimizar } f(x) \text{ sujeita a } h_i(x) = 0, i = 1, \ldots, m, \quad g_i(x) \leq 0, i = 1, \ldots, p, \quad x \in \Omega,$$

onde Ω é um subconjunto do $\mathbb{R}^m$. As funções f, h_i e g_i são contínuas e, em geral, deriváveis. Embora moderno, o Método do Lagrangiano Aumentado segue idéias antigas de como lidar com este tipo de problema. Esta idéia consiste em eliminar as restrições $h_i(x)$ e $g_i(x)$, incluíndo estas na função objetivo de modo que o problema assim transformado tenha soluções iguais ou parecidas às do problema original. Finalizando este segundo ponto, vamos apresentar o pacote ALGENCAN, que é a implementação prática do supracitado método.

1.5 Fórmulas Financeiras no Excel

Ministrantes não identificados no arquivo original

O desenvolvimento do curso combina temas financeiros e o EXCEL numa metodologia de desenvolvimento e aprimoramento de fórmulas, inserindo recursos do excel, sempre na busca de aprimorá-las.

O objetivo principal é de proporcionar aos estudantes uma forma muito particular de estudo individualizado. Trata-se de um estudo dirigido onde o aluno revê conteúdos específicos de matemática financeira e, ao mesmo tempo, ganha habilidades na manipulação de fórmulas, funções e recursos da planilha excel.

Os conceitos financeiros serão combinados com os seguintes recursos e funções do Excel: Funções Financeiras, a função Lógica SE e E, formatação da planilha (função texto, bloqueio de células e proteção, formatação condicional, função concatenar, ocultação de linhas e colunas), programação de fórmulas numa única célula e planilhas de amortização.

Apesar do curso tratar somente de fórmulas financeiras, isso não impede que o aluno adapte as funções aprendidas nas mais diversas situações que envolvem a ferramenta excel.

1.6 Simetria: Conceitos e Classificação

Ministrantes não identificados no arquivo original

A Oficina está organizada em duas partes. Na primeira parte é trabalhado o conceito de simetria, tomando como ponto de partida as noções intuitivas dos participantes para chegar, através de diferentes atividades, ao conceito matemático do tema. Durante essa primeira fase será destacada a importância das isometrias do plano na conceituação das simetrias. Na segunda parte, os participantes lidam com o processo de classificação das simetrias planas e reconhecimento dos diferentes padrões simétricos. É importante destacar que a Oficina faz amplo uso de parte do acervo da exposição Matemativa.

1.7 Contemplando a Construção do Conhecimento como "Rede" – Uma Proposta Didática

Cleonis Viater Figueira, Clementina Verginia Andreola, Lucas Matana, Luciara Indrusiak Weiss, Nádia Sanzovo, Rodrigo Nespolo (UTFPR)

O trabalho tem a finalidade de apresentar a primeira sistematização dos estudos desenvolvidos pelo Projeto Abordagens Interdisciplinares (PAI). Seu principal objetivo é introduzir aos participantes do minicurso a discussão de como organizar e desenvolver conteúdos curriculares através de uma metodologia interdisciplinar que tem como veículo a concepção de conhecimento como rede de conceitos.

A imagem do conhecimento como rede de significações tem sido reforçada pela presença crescente da rede tecnológica no cotidiano. Tal concepção se opõe às tradicionais visões ou imagens de encadeamento.

Segundo MACHADO (2005), na rede os nós representam conceitos. As linhas que partem deles, ligando-os a outros nós, são as múltiplas relações que se estabelecem proporcionando a perfeita compreensão dos mesmos. Assim, a aprendizagem deve ocorrer de forma dinâmica, significativa, estimulando o aparecimento de um número cada vez maior de conexões (relações). Respeitar as diferenças individuais, levar em consideração os aspectos afetivos, cognitivos e os valores de cada um, devem ser atitudes do professor. O papel que este assume é o de timoneiro, navegando com o aluno pela rede, estabelecendo mapas de relevância e tecendo significados.

Desta forma, autores, como MACHADO (2000), defendem a adoção da metáfora *o conhecimento é uma rede de significações*, como forma de representação mais acurada da complexidade de relações que se estabelecem no processo social da cognição. Busca-se, então, enfatizar, com essa imagem, que só se pode conhecer o que se quer pelo estabelecimento de "suas relações com outros objetos ou acontecimentos".

A rede de significações é, então, composta de conceitos, experiências pessoais ou coletivas, elementos contextualizadores, tudo o que possa imprimir significado, ou ampliar o alcance do conteúdo que se quer abordar.

A proposta do presente Curso é abordar elementos do Cálculo Diferencial e Integral dentro de uma perspectiva de rede. Assim, sua organização ocorre de modo

- a resgatar tópicos já conhecidos pelos 'alunos'
- a propiciar elos de ligação com aplicações práticas, embora sem profundidade
- a explorar o contexto interdisciplinar propiciado pelo tema Modulação AM e FM (GOMES, 1985; SMIT, 1986).

O Curso se divide em três linhas principais, que interagem constantemente entre si:

- Conceitos de interdisciplinaridade e de rede; discussão de como eles se integram para contribuir com nossa proposta didática;
- Conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral, destacando-se o Teorema Fundamental do Cálculo (FIGUEIREDO, 2005; STEWART, 2007).
- Conteúdos de Física (HALLIDAY, RESNICK, WALKER, 2006) e Aspectos Teóricos e Práticos da Radiodifusão.

As estratégias didáticas utilizadas no Curso são, elas mesmas, uma tentativa de aplicação da idéia de 'conhecimento como rede de conceitos' ao ensino.

Referências Bibliográficas (Minicurso 7)

Referências

[1] FIGUEIREDO, D.G. *Análise de Fourier e equações diferenciais*, Projeto Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 4ª ed, (2005).

[2] GOMES, A.T. *Telecomunicações: transmissão e recepção AM-FM sistemas pulsados.* Érica, São Paulo, (1985).

[3] HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J. *Fundamentos de Física.* Vol 2, 3 e 4. LTC, Rio de Janeiro, 7ª ed, (2006).

[4] MACHADO, N.J. *Epistemologia e Didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente*, Cortez, São Paulo, 4ª ed, (2000).

[5] MACHADO, N.J. Imagens e metáforas do conhecimento. Disponível em: <www.cognos.med.br/pesec/pass/metafora.htm>. Acesso em: 11.mai.2008.

[6] SMIT, J. *Radio propagação*, Érica, São Paulo, 4ª ed, (1986).

[7] STEWART, J. *Cálculo*, vol2, Thomson, São Paulo, 5a ed, (2007).

2 Palestras

Não houve registro de palestras nos arquivos disponíveis para o ano de 2008.

3 Comunicações Orais e Pôsteres

3.1 Uma Experiência com Conteúdos de Estatística no Ensino Médio: Os Jovens e a Internet

Silvana Matucheski (Colégio Imaculado Coração de Maria), Cleonis Viater Figueira (UTFPR)

Este texto apresenta uma possibilidade de trabalho de conceitos e conteúdos programáticos da Teoria da Informação, mas especificamente de Probabilidade e Estatística no Ensino Médio, através de uma abordagem utilizando-se a Modelagem Matemática.

A pesquisa foi desenvolvida com os alunos do Ensino Médio do Colégio Imaculado Coração de Maria – Ensino Fundamental e Médio, que localiza-se na cidade de Quedas do Iguaçu – PR.

Buscou-se como alicerce os conceitos de Modelagem Matemática, que, segundo BARBOSA (2001), é um "ambiente no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade". Para o tratamento de dados estatísticos, utilizou-se de uma tabela dinâmica de planilha eletrônica.

Foi proposto aos estudantes o desenvolvimento de um plano de trabalho com as seguintes etapas: a) escolha do tema de pesquisa (livre para os alunos); b) elaboração do questionário de pesquisa em conjunto com a professora orientadora; c) coleta de dados com base no questionário de pesquisa; d) organização dos dados obtidos em planilha eletrônica; e) escolha de fórmulas e conceitos que podem ser trabalhados com base nos dados obtidos; f) análise descritiva da informação obtida; g) ampliação dos gráficos e histogramas obtidos em cartolina artesanalmente, e) exposição dos resultados da pesquisa em mural do colégio envolvido.

Dessa forma, procurou-se partir dos conceitos de Modelagem Matemática, apresentados também por BASSANEZI (2004), nos quais os alunos escolhem um tema de interesse e depois traçam os objetivos de trabalho, buscando modelos matemáticos que possam guiar o estudo e apresentar os resultados para as questões propostas.

O tema escolhido pelos estudantes foi Internet. A partir dessa escolha, elaborou-se um questionário de pesquisa para ser aplicado aos alunos das Séries Finais do Ensino Fundamental e para os alunos do Ensino Médio.

Além disso, vale lembrar que os alunos, após as etapas descritas acima, analisaram as respostas obtidas e discutiram algumas questões éticas e sociais sobre o uso da Internet.

Dessa forma, além de trabalhar os conteúdos estatísticos com base em BONGIOVANNI, VISSOTO e LAUREANO (1998) e, também GIOVANNI e BONJORNO (2000), que algumas vezes são deixados de lado, os alunos puderam escolher o tema de seus trabalhos e discutir as questões que são intrínsecas aos mesmos. E, também, observaram que se pode aprender ou mesmo iniciar-se nos conteúdos e conceitos matemáticos e estatísticos de uma forma diferenciada e agradável, inclusive, com o auxílio de tecnologia.

Referências Bibliográficas

Referências

[1] BARBOSA, J.C.: Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação, *BOLEMA*, ano 14, nº 15, p. 5 – 23, (2001).

[2] BASSANEZI, R. C.: *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática*, São Paulo: Editora Contexto, (2004).

[3] BONGIOVANNI, V.; VISSOTO, O. R.; LAUREANO, J. L. T. *Matemática*, Volume Único, 2º grau. São Paulo: Ática, (1998).

[4] GIOVANNI, J. R.; BONJORNO, J. R. *Matemática: uma nova abordagem*, vol 2: versão progressões. São Paulo: FTD, (2000).

3.2 Irracionalidade de $\sqrt{n}$ para n primo

Maycon Gonçalves Carneiro, Jean Carlos Gentilini, Onério Cambruzzi Filho, Diego Mathias Desanti (UTFPR)

Partindo da proposição de que todo número natural n, cuja raiz quadrada não seja exata, então essa raiz é um número irracional, introduzimos uma clara demonstração da irracionalidade de $\sqrt{n}$ para n primo, de modo que se consiga uma melhor compreensão da prova.

A maneira que adotaremos para provar que $\sqrt{n}$ para n primo é um número irracional, é supor por absurdo que este número seja um número racional, chegando então à uma contradição, concluindo então $\sqrt{n}$ é irracional.

Mostraremos então para alguns números primos, diferentes formas de se provar que a raiz quadrada desses números é um número irracional.

Demonstração que $\sqrt{n}$ para n primo é irracional

Por definição, um número é racional se o mesmo pode ser escrito como quociente de dois números inteiros, com denominador diferente de 0. Assim, se $\sqrt{n}$ para n primo é um número racional, então temos que $\sqrt{n} = \frac{p}{q}$ com $q \neq 0$.

Mostra-se que $\sqrt{2}$ é irracional e $\sqrt{3}$ é irracional através de análise de paridade e contradições.

Agora suponha que $\sqrt{n}$, com n primo, seja racional, ou seja, $\sqrt{n} = \frac{p}{q}$ com p e q inteiros e $q \neq 0$ e ainda que $\mathrm{MDC}(p, q) = 1$. Elevando ambos os lados da igualdade ao quadrado obtemos:

$$n = \frac{p^2}{q^2} \Rightarrow p^2 = nq^2$$

como q é inteiro, então nq^2 também é, e ainda divisível por n. Então p^2 também é divisível por n e da proposição anterior p também é divisível por n. Assim, $p = nc$ onde c é um inteiro. Substituindo em $p^2 = nq^2$ temos:

$$(nc)^2 = nq^2 \Rightarrow n^2c^2 = nq^2 \Rightarrow nc^2 = q^2$$

logo q^2 é divisível por n e da proposição q também é, absurdo, pois $\mathrm{MDC}(p, q) = 1$.

Logo fica provado assim que $\sqrt{n}$, com n primo, não pode ser escrito por meio de uma fração de inteiros $\frac{p}{q}$, portanto $\sqrt{n}$ é um número irracional.

Referências Bibliográficas

Referências

[1] LIMA, E.L.: *Curso de análise*, IMPA, vol. 1, 12.ed, (2008), 80-83.

[2] LUIZ, J.: A prova da irracionalidade. Disponível em: http://www.mat.puc-rio.br/omblistas/obm-1.200410/msg00329.html Acesso em: 10 out. 2008.

3.3 Algumas Demonstrações do Teorema de Pitágoras

André Guerino Castoldi, Marcio Biesek, Tassiana Michele Menegolla (UTFPR)

O trabalho tem por objetivo mostrar algumas demonstrações do Teorema de Pitágoras visto que o mesmo possui muitas demonstrações. Tais demonstrações não são encontradas em livros didáticos.

Enunciado do Teorema de Pitágoras

Em qualquer triângulo retângulo a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos.

A Demonstração do Presidente

James Abram Garfield foi presidente dos Estados Unidos durante quatro meses (pois foi assassinado em 1881), era general e gostava de Matemática. Provou o Teorema de Pitágoras baseado na figura abaixo.

A área do trapézio com bases M, H e altura $M+H$ é igual à soma das bases vezes a altura. Por outro lado, a mesma área é também igual à soma das áreas de três triângulos:

$$\left(\frac{M+H}{2}\right)(M+H) = \frac{M^2}{2} + MH + \frac{H^2}{2} = MH + \frac{N^2}{2}.$$

Portanto:

$$N^2 = M^2 + H^2.$$

A Demonstração de Leonardo da Vinci

O grande gênio criador da Mona Lisa também concebeu uma demonstração do Teorema de Pitágoras, se baseia na figura abaixo.

Os quadriláteros ABCD, DEFA, GFHI e GEJI são congruentes. Logo os hexágonos ABCDEF e GEJIHF têm a mesma área. Daí resulta que a área do quadrado FEJH é a soma das áreas dos quadrados ABGF e CDEG.

Demonstração Geométrica

Dados quatro triângulos retângulos sobrepostos temos a figura abaixo.

Da figura temos que a área do quadrado de lado Z é igual a soma das áreas dos quatro triângulos retângulos congruentes e da área do quadrado de lado $X-Y$. Assim:

$$Z^2 = 4\frac{XY}{2} + (X-Y)^2$$

O que resulta:

$$Z^2 = X^2 + Y^2$$

Referências Bibliográficas

Referências

[1] Revista do Professor de Matemática, SBM, (2007), 34-36.

[2] videolog.uol.com.br

3.4 Contribuições da Filosofia Grega ao Ensino da Matemática

Simone Raquel Casarin Machado (UFSC)

Este artigo foi elaborado durante a disciplina de Pós-Graduação “Epistemologia”, do mestrado em Educação Científica e Tecnológica da UFSC, ministrada pelo Prof. Dr. Frederico Firmo de Souza Cruz no primeiro semestre de 2008.

Objetivamos com isto, apresentar, discutir e elucidar as principais idéias de alguns filósofos, que são ao mesmo tempo, matemáticos. Detemo-nos principalmente no ramo da filosofia, pois entendemos que a epistemologia só pode ser concebida, graças ao surgimento dos primeiros filósofos, e, consequentemente, a filosofia da Ciência certamente evoluiu, acompanhando a produção e evolução do conhecimento científico.

Para tanto, este trabalho apresenta algumas reflexões, que foram iniciadas durante o desenvolvimento da disciplina. Acreditamos que a formação do profissional educador, deve sim, contemplar além dos conteúdos específicos da área, um conhecimento epistemológico. Esperamos que este artigo possa contribuir, de forma prazerosa, para um ensino de qualidade que queremos.

Uma Introdução à Filosofia

A filosofia nasceu com os gregos, quando este povo começou a fazer perguntas e especular a respeito de suas crenças, valores e pensamentos, em torno do seu mundo e de si mesmos. Os gregos, portanto, possuíam uma forte tendência especulativa (Cajori, 2007).

Tales de Mileto teria sido um dos primeiros filósofos, a se dedicar à cosmologia - conhecimento racional da ordem do mundo e da natureza. Encontramos nos livros antigos de História da Matemática, relatos e lendas, entre os quais, Tales teria surpreendido os egípcios ao calcular a altura de uma pirâmide e a sombra por ela projetada, utilizando-se das relações de proporcionalidade entre os segmentos de reta que são originados por retas paralelas e transversais.

Tamanha façanha é contestada por Sérgio Nobre em “Leitura critica da história: reflexões sobre a história da matemática”. Em sua interpretação o autor consegue mostrar, através de figuras, uma situação ideal para a realização dos cálculos supostamente feitos por Tales. Acrescenta dizendo que “esta é uma interpretação ingênua sobre o fenômeno que ocorre, pois são raras às vezes em que, durante o ano, isso acontece de forma exata. Ou seja, a sombra da pirâmide pode não estar exatamente na posição que permita a realização dos cálculos”. (NOBRE, 2004, p.535)

Fundador da escola Jônica, considerado um dos “sete sábios”, foi quem introduziu na Grécia o estudo da geometria, que trouxe do Egito. “Consta que ele passou alguns anos lá, e assim estudou com os sacerdotes egípcios as ciências físicas e matemáticas”. (CAJORI, 2007, p.44).

Dedicou-se também ao estudo da astronomia, aplicando todo conhecimento físico e matemático aprendido com os egípcios. Teria, conforme conta a história, previsto um eclipse solar em 585 a.C. Não sabemos ao certo se a história é verídica de fato ou não. As sérias dúvidas em torno deste acontecimento são apontadas em BOYER (1974). Nobre mais uma vez duvida deste feito, para ele "pode-se concluir que ou a história não aconteceu da forma como foi contada, ou Thales teve um outro golpe de sorte, como no caso do eclipse" (NOBRE, 2004, p.536)

Geograficamente, a Grécia Antiga, chamada "Hélade", ocupava o sul da Península dos Bálcãs, as ilhas do mar Egeu e Jônio e o litoral da Ásia Menor. Esta localização geográfica garantiu aos gregos uma unidade enquanto povo, embora tenham sido tão diferentes étnica e culturalmente.

Da mesma forma que as viagens marítimas empreendidas pelos gregos, a invenção do calendário e da moeda, que permitiram a contagem do tempo e a troca de mercadorias, o surgimento da filosofia se deve a estes e outros acontecimentos históricos como: O surgimento das cidades-estado e a invenção da política e da escrita alfabética.

Para Chauí "A decisão de não aceitar como óbvias e evidentes as coisas, as idéias, os fatos, as situações, os valores, os comportamentos de nossa existência cotidiana; jamais aceitá-los sem antes havê-los investigado e compreendido". (2000, p.3). É assumir uma postura filosófica, espantando-se com aquilo que estamos acostumados, interrogando-nos sobre os grandes problemas epistemológicos.

Rubem Alves sugere que a "filosofia é uma atividade que se dedica a questionar os cenários, as estruturas categoriais, os pressupostos comumente aceitos sem exame" (1984, p. 77), e segue dizendo que "o filósofo, assim, é aquele que dá corda à consciência tranqüila e certa de si mesma para que, no final, ela se enforque." (ALVES, 1984, p.77).

Descarte dizia que a Filosofia é o estudo da sabedoria, conhecimento perfeito de todas as coisas que os humanos podem alcançar para o uso da vida, a conservação da saúde e a invenção das técnicas e das artes.

Kant afirmou que a Filosofia é o conhecimento que a razão adquire de si mesma para saber o que pode conhecer e o que pode fazer, tendo como finalidade a felicidade humana.

Marx declarou que a Filosofia havia passado muito tempo apenas contemplando o mundo e que se tratava, agora, de conhecê-lo para transformá-lo, transformação que traria justiça, abundância e felicidade para todos. Finalmente a filosofia havia alcançado a maioridade racional. Foi ele quem descobriu o conceito de ideologia, assim como Freud, descobriu o inconsciente.

A Filosofia segundo Merleau-Ponty é um despertar para ver e mudar nosso mundo. Na afirmação de Espinosa, ela é um caminho árduo e difícil, que todos podem percorrer se desejarem a liberdade e a felicidade.

Portanto, a epistemologia preocupa-se entre outras coisas com a gênese do conhecimento, com a validade de uma dada teoria científica, a produção e dissolução de diferentes conhecimentos (individuais ou coletivos). Daí o termo filosofia da ciência empregada com sentidos semelhantes ao termo "epistemologia". Por esse motivo, Canguilhem (1994) afirma ser quando a história das ciências, foi filosoficamente questionada, surgiu uma epistemologia.

Referências Bibliográficas

Referências

[1] ALVES, R. *Conversas com quem gosta de ensinar*. 7. ed. São Paulo: Editora Cortez, 1984.

[2] BOYER, C. B. *História da matemática*. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo. Edgar Blúcher, 1974.

[3] CAJORI, F. *Uma história da matemática*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2007.

[4] CHAUÍ, M. *Convite à filosofia*. São Paulo: Editora Ática, 2000.

[5] NOBRE, S. Leitura crítica da história: reflexões sobre a história da matemática. *Ciência e Educação*, v.10. n.3, p.531-543, 2004.

3.5 Arquimedes de Siracusa

Beatriz Regina Brum, Caroline Dall' Agnol, Fernanda Marchiori Grave, Francieli Aparecida Capra, Suellen Hentz, Santos Richard Wieller Sanguino Bejarano (UTFPR)

Arquimedes, filho do astrônomo Fídeas, era nativo de Siracusa, na Sicília. Há relatos de sua visita ao Egito, onde inventou um sistema de bombeamento chamado Parafuso de Arquimedes, em uso ainda hoje. Há indícios muito fortes de que em sua juventude, Arquimedes tenha estudado com os sucessores de Euclides, em Alexandria.

Com certeza ele era completamente familiarizado com a Matemática lá desenvolvida, conhecendo pessoalmente os matemáticos daquela região. Ele mesmo mandava alguns de seus resultados para Alexandria com mensagens pessoais. Uma das histórias mais conhecidas a respeito de Arquimedes é a da “Coroa de ouro de Hierão”:

Quando Hierão reinava em Siracusa, decidiu oferecer uma coroa de ouro aos deuses imortais. Contratou um artesão que, mediante uma boa soma em dinheiro e a entrega da quantidade de ouro necessária, se encarregou da sua confecção. O artesão entregou a coroa na data combinada com o Rei. Porém, apesar de a considerar executada com perfeição, este duvidou que contivesse todo o ouro que tinha entregue e suspeitou que o artesão tivesse substituído uma parte desse ouro por prata. Para comprovar a sua suspeita, o rei encarregou Arquimedes de, com a sua inteligência, encontrar uma forma de provar a fraude. Um dia em que Arquimedes, preocupado com este assunto, foi tomar banho, percebeu que à medida que entrava na banheira, a água transbordava. Subitamente, esta observação fez-lhe descobrir o que procurava. Ficou tão contente que saiu do banho e correu para a rua a gritar: Eureka! Eureka! (encontrei! encontrei!)

Com base nesta hipótese explicativa, pegou em duas massas com o mesmo peso que o da coroa, uma de ouro e outra de prata. Mergulhou a massa de prata numa taça cheia de água e mediu a água que transbordou. Retirou então esta massa, voltou a encher a taça, mergulhou a massa de ouro voltou a medir a água que saiu. Com esta experiência pôde verificar que a massa de ouro não fez transbordar tanta água como a de prata e que a diferença entre as quantidades de água deslocadas era igual à diferença entre os volumes da massa de ouro e da massa de prata em igual peso.

Finalmente, voltou a encher a taça, mergulhando desta vez a coroa, que transbordou mais água do que a massa de ouro de igual peso mas menos que a massa de prata. Calculou então, de acordo com estas experiências, em quanto a quantidade de água que a coroa desalojara era maior que aquela que deslocara a massa de ouro. Estava pois em condições de saber qual a quantidade de prata que fora misturada ao ouro e mostrar claramente a fraude do artesão.

Método do Cálculo do Número PI por Arquimedes

- Partiu de um polígono regular (hexágono)
- Circunferência inscrita;
- Polígono regular (hexágono)

Perímetro do polígono inscrito ¡ Comprimento da circunferência ¡ Perímetro do polígono circunscrito

PI é a razão entre a circunferência e o valor da circunferência. Dividindo ambos os membros pelo diâmetro D, obtém-se:

$$\frac{\text{Perímetro do polígono inscrito}}{D} < \frac{C}{D} < \frac{\text{Perímetro do polígono circunscrito}}{D}$$

Arquimedes obtém inicialmente um algoritmo que permite calcular os perímetros dos polígonos regulares inscritos e circunscritos de $2n$ lados a partir de polígonos de n lados. As relações são:

$$P_{2n} = \frac{2 \cdot P_n \cdot p_n}{P_n + p_n}$$

$$p_{2n} = \sqrt{P_n \cdot p_n}$$

onde p_i e P_i são perímetros dos polígonos regulares de i lados inscritos e circunscritos a um círculo de raio R.

Donde se conclui que em notação decimal com uma aproximação de duas casas decimais o valor de C/D é 3,14.

Uma de suas obras mais famosas é o tratado "A medida do círculo" que contém apenas 3 proposições e é um dos trabalhos que melhor revela a mente matemática de Arquimedes. Nele combinam-se aritmética e geometria, para impulsionar e encaminhar em nova direção o clássico problema da quadratura do círculo. As proposições são:

Primeira proposição:

Qualquer círculo é equivalente a um triângulo cuja altura e base são o raio e a circunferência do círculo. A base do triângulo é a circunferência retificada, isto é, endireitada, ao passo que a altura é o raio. Então, a área do triângulo é igual à área do círculo.

Segunda proposição:

A relação das áreas do círculo com o quadrado circunscrito é próxima da relação de 11 com 14. Atendendo à época, em que os cálculos da área do círculo eram remetidos para o quadrado, este é um resultado muito importante.

Terceira proposição:

O perímetro de qualquer círculo é igual ao triplo do diâmetro aumentado de um segmento compreendido entre os dez sessenta e um avos e o sétimo do diâmetro. Este resultado traz o valor de π por defeito e por excesso.

Referências Bibliográficas

Referências

[1] ÁVILA, G. Arquimedes, a esfera e o cilindro. *RPM* 10, páginas 11 - 20.

[2] ÁVILA, G. Arquimedes, o rigor e o método. *Matemática Universitária*, número 4, dezembro de 1986.

[3] POLCINO, F.C. *A geometria na Antiguidade Clássica*. São Paulo: FTD, (1999).

[4] LINTZ, R. *História da matemática*. Blumenau: Ed. FURB, (1999).

[5] AABOE, A. *Episódios da história antiga da matemática*, SBM, (1984).

[6] BARON, M.E. *A matemática Grega*, Editora Universidade de Brasília, 1985.

[7] NOBRE, S. Introdução à História da História da Matemática. *Revista Brasileira de História da Matemática*, vol. 2 N°3.

3.6 Construção do Reticulado D_3 a partir de um Código Linear Binário

Vanderley Alves Ferreira Júnior (UTFPR)

O problema do empacotamento esférico consiste em distribuir esferas de mesmo raio r por $\mathbb{R}^n$ de tal forma que duas esferas não possuam intersecção, ou se intersectem em apenas um ponto, e este arranjo ocupe o maior volume possível.

Definição 0.1

Um subconjunto $\Lambda \subseteq \mathbb{R}^n$ é chamado *reticulado* se existir uma base $\beta = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ de $\mathbb{R}^n$ tal que

$$u \in \Lambda \Leftrightarrow u = \sum_{i=1}^{n} a_i v_i, \quad a_i \in \mathbb{Z}.$$

A base β será chamada de base do reticulado Λ.

O empacotamento é então obtido distribuindo-se as esferas com centro nos pontos do reticulado. Em dimensão 3, o reticulado que determina o empacotamento mais denso é D_3, que tem densidade de aproximadamente 0,7405.

A cada base de um reticulado podemos associar uma matriz de Gram, que é uma matriz que guarda informações métricas importantes sobre tal base. Seja $\beta = \{v_1, v_2, v_3\}$ uma base ordenada de um reticulado de dimensão 3, a matriz de Gram deste reticulado associada a esta base é a matriz $G = (g_{ij})_{3\times 3}$ definida por $g_{ij} = \langle v_i, v_j \rangle$, onde $\langle v_i, v_j \rangle$ denota o produto interno usual entre v_i e v_j. A matriz de Gram de D_3 é

$$G_3 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Definição 0.2

Sejam Λ_1, Λ_2 dois reticulados em $\mathbb{R}^n$. Diremos que Λ_1 e Λ_2 são *equivalentes* se existir $\lambda \in \mathbb{R}$ positivo e um operador ortogonal $U : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ tais que $(\lambda U)(\Lambda_1) = \Lambda_2$. O escalar λ é chamado razão de semelhança de Λ_1 para Λ_2.

Definição 0.3

Reticulados Λ_1, Λ_2 semelhantes com razão de semelhança $\lambda = 1$ são chamados *congruentes*.

Teorema 0.1

Sejam Λ_1, Λ_2 dois reticulados em $\mathbb{R}^n$. Então Λ_1 é equivalente a Λ_2 com razão de semelhança λ se, e somente se, existem matrizes de Gram G_1 e G_2 de Λ_1 e Λ_2 tais que $G_2 = \lambda^2 G_1$.

Uma consequência direta deste teorema é que dois reticulados são congruentes se, e somente se, possuem uma mesma matriz de Gram. Assim, como reticulados congruentes determinam um empacotamento com mesma densidade, podemos definir um reticulado pela sua matriz de Gram.

Códigos e a construção A

Um código linear sobre $\mathbb{Z}_2^n$ é um subespaço vetorial de $\mathbb{Z}_2^n$. Chamamos de parâmetros do código $C \subseteq \mathbb{Z}_2^n$ aos inteiros n, k, d, onde n é o comprimento de C, k é a sua dimensão e d é o peso mínimo de C, denotado $\omega(C)$, $d = \min\{\omega(x) : x \in C\}$. Dado $x = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{Z}_2^n$, o peso de x é o número de coordenadas não nulas de x, isto é, $\omega(x) = |\{i : x_i \neq 0\}|$.

A cada código linear podemos associar um reticulado pelo método conhecido como construção A, conforme descrito a seguir. Defina a aplicação

$$\begin{aligned} \Phi : \quad \mathbb{Z}^n &\longrightarrow \mathbb{Z}_2^n \\ (x_1, \ldots, x_n) &\longmapsto (\overline{x_1}, \ldots, \overline{x_n}) \end{aligned}$$

onde $\overline{x_i}$ denota o resto da divisão de x_i por 2.

Dado um código linear C em $\mathbb{Z}_2^n$, podemos então, a partir de Φ, associar a C o reticulado

$$\Lambda(C) = \Phi^{-1}(C) = \{(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{Z}^n : \Phi(x_1, \ldots, x_n) \in C\}.$$

Seja $C_3 = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{Z}_2^3 : x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$, de comprimento 3, dimensão 2 e distância mínima 2. Mostra-se que $D_3 = \Lambda(C_3)$. Para isso, encontra-se uma base β de $\Lambda(C_3)$ cuja matriz de Gram seja igual a G_3.

Suponha que $u \in \Lambda(C_3)$, então $u = (u_1, u_2, u_3)$, com u_i inteiros, e $u_1 + u_2 + u_3 = 2k$, para algum $k \in \mathbb{Z}$. Assim, $u_2 = -u_1 - u_3 + 2k$, logo

$$u = (u_1, 2k - u_1 - u_3, u_3) = (u_1, -u_1, 0) + (0, -u_3, u_3) + (0, 2k, 0).$$

Assim o conjunto $\{(1, -1, 0), (0, -1, 1), (0, 2, 0)\}$ é uma base de $\Lambda(C_3)$.

Observando a matriz G_3, vemos que β deve cumprir

$$\begin{cases} \langle v_i, v_i \rangle = 2 \\ \langle v_1, v_3 \rangle = -1 \\ \langle v_1, v_2 \rangle = 0 \\ \langle v_2, v_3 \rangle = -1 \end{cases}$$

O vetor $(0,2,0)$ não cumpre a primeira condição. Observando que $(0,2,0) = (1,1,0) - (1,-1,0)$, substituímos $(0,2,0)$ por $(1,1,0)$, obtendo a nova base

$$\{(1,-1,0),(0,-1,1),(1,1,0)\}.$$

Trocando o sinal de $(0,-1,1)$ e $(1,1,0)$ e reordenando os vetores, obtemos a base

$$\beta = \{(1,-1,0),(-1,-1,0),(0,1,-1)\},$$

cuja matriz de Gram é igual a G_3. Como D_3 e $\Lambda(C_3)$ têm a mesma matriz de Gram, pelo teorema 1, $\Lambda(C_3)$ é congruente a D_3, e podemos concluir que $D_3 = \Lambda(C_3)$.

Conclusões

A construção A, apresentada neste texto, é um método clássico para construção de reticulados a partir de códigos lineares. Vários outros reticulados importantes podem ser construídos por este método.

Referências Bibliográficas

Referências

[1] HEFEZ, Abramo e VILLELA, Maria L. T., *Códigos Corretores de Erros*, Rio de Janeiro: IMPA, 2002.

[2] ALVES, Marcelo Muniz S. [et. al.], *Uma introdução à teoria de códigos*, São Carlos: SBMAC, 2006.

3.7 Divertir-se estudando Matemática?

Rodrigo G. Eustáquio (UTFPR), Elizabeth W. Karas (UFPR), Ademir A. Ribeiro (UFPR)

Relato de experiência com um projeto inovador: Iniciação Científica Júnior para alunos de escolas públicas. Alunos premiados na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas ganham bolsa de estudos para realizarem atividades de Matemática baseadas em programa e material didático especialmente concebido para esse grupo.

3.8 Condições Ótimas para Problemas de Programação Não-Linear

Rodrigo G. Eustáquio (UTFPR), Elizabeth W. Karas (UFPR), Ademir A. Ribeiro (UFPR)

Este trabalho trata de condições ótimas para resolver problemas de programação não-linear. As condições clássicas Karush-Kuhn-Tucker (KKT) são demonstradas através de um cone, usando o bem-conhecido Lema de Farkas.

Estas condições são válidas num minimizador de problemas de programação não-linear se uma condição de qualificação é satisfeita. Primeiro nós provamos o teorema KKT supondo a igualdade entre a polar do cone tangente e a polar das variações de primeira ordem possíveis do cone. Embora esta condição seja a suposição mais frágil, é extremamente difícil de ser verificada. Então, outras condições de qualificação, que são mais fáceis de serem verificadas, são discutidas, como: condições de Slater, independência linear de gradientes, condições de Mangasarian-Fromovitz e quase-regularidade.